

0. SOBRE LES GUIES DELS LLIBRES.

La guia de cada llibre consta de tres apartats:

- Índex
- Esquema
- Comentaris

Als comentaris hi ha un primer punt d'observacions generals que cal tenir en compte en programar el tema.

Al tema 1, a més dels apartats assenyalats, hi figura, a títol d'exemple, la programació diària que es va fer durant un curs en un Institut.

Per tal de facilitar la programació interdisciplinària, al final de cada esquema s'inclouen els temes relacionats d'altres matèries que figuren en el text.

GUIA DEL LLIBRE 1: LA MESURA I ELS NOMBRES

I. ÍNDEX

A. MESURA DE LONGITUDS. CONCEPTE DE FRACCIÓ. OPERACIONS AMB FRACCIONS.

1. Unitat de mesura
2. Divisió de la unitat en parts més petites: fraccions
3. Mesures iguals: equivalència de fraccions
4. Suma de longituds. Suma de fraccions
5. Mesura de superfícies. Producte de fraccions
6. Divisió de fraccions

B. NOMBRES DECIMALS

1. Decimals i fraccions
2. El nombre racional
3. Els nombres reals
4. Representació dels nombres reals sobre la recta
5. Radicals

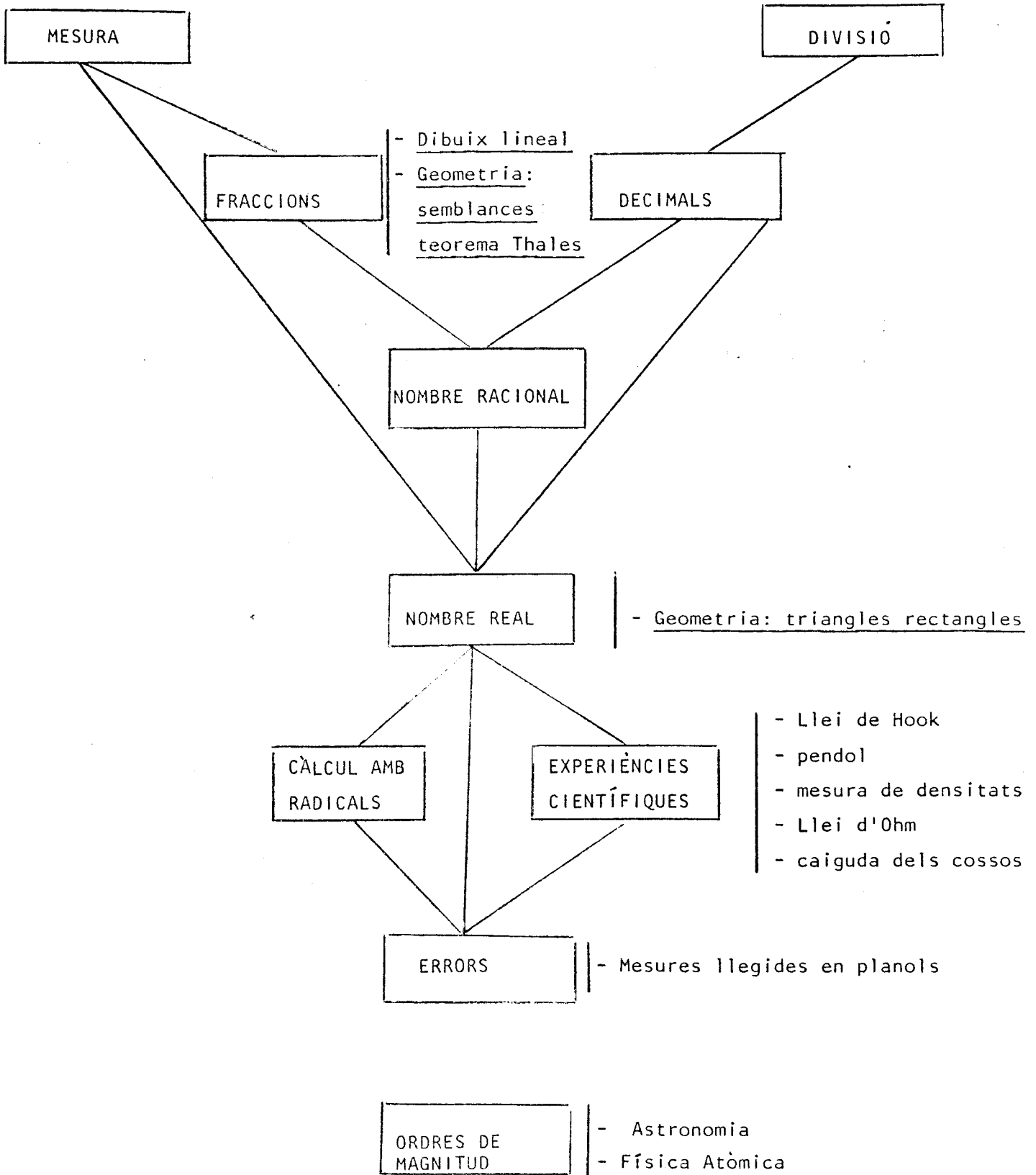
C. ERRORS

1. Errors d'arrodoniment i errors de mesura
2. Precisió d'una mesura

D. ORDRES DE MAGNITUD

E. PROBLEMES DE CONSOLIDACIÓ

II ESQUEMA



III. COMENTARIS

OBSERVACIONS GENERALS

El llibre 1 esta concebut de manera una mica diferent dels altres. És més elemental i no és gens tècnic (sobre tot les parts A i B). Esta pensat per a facilitar a l'alumne la construcció mental del nombre racional i decimal. És un tema que correspon al programa d'ensenyament primari, pero hem constatat que els alumnes que fan 1r. de B.U.P. no han assolit encara el concepte de fracció.

Són molts els alumnes que no tenen clar quina quantitat representa $\frac{14}{3}$, ni per quina raó cal reduir a denominador comú per poder sumar fraccions, etc. Donat que el nombre racional és a la base de les matemàtiques i que cal tenir-ne un bon coneixement ens hem vist obligats a fonamentar-lo.

Hem dit que el tractament era elemental i, per tant, el nivell d'axiomatització que es pretén en aquest tema és molt petit. No es mira, doncs, de fer veure l'estructura de cos de Q i de R, tot i que es treballen pràcticament les propietats més mal conegudes (propietat distributiva: treure factor comú). El que es pretén és que els alumnes facin seva l'idea de mesura --de mesura no entera-- i vegin que els nombres fraccionaris tenen raó d'existir i que apareixen sempre que es volen mesurar magnituds contínues, i que totes les regles i propietats d'aquests nombres provenen de la seva funció : servir per a mesurar.

Els apartats A i B, tot i que tracten temes d'E.G.B., estan pensats per a alumnes més grans que ja els coneixen. Es passa via per entrebancs com les fraccions amb el numerador més gran que el denominador, etc., sobre els quals caldria insistir molt més si es volgués treballar aquest tema amb alumnes de primària.

La noció de fracció com a proporció està poc tractada de forma central, si bé es treballa en multitud de problemes (escales de plànols, tants per cent, proporcions a les barreges, repartiments, etc.), sobre tot a l'apartat de consolidació.

A. FRACCIONS

Tot aquest apartat esta centrat al voltant d'un problema nucli: determinar les dimensions d'una classe.

La mesura de quantitats físiques va originar, històricament, les fraccions. Pensem, doncs, que treballar la mesura és la manera més convenient perquè els alumnes assolixin el concepte de fracció. Tenint en compte que va dirigit a alumnes de batxillerat, el planteig de l'apartat és construir el nombre racional prenent com a punt de partida la representació gràfica: és el dibuix el que dirigeix la construcció mental del nombre racional. Per als alumnes que continuïn trobant-hi dificultats, caldria anar més lluny i fer-los mesurar a ells directament abans de passar al dibuix.

Cal que els alumnes dibuixin amb cura i aprenguin a traçar paral·lels i dividir un segment en parts iguals amb regla i escaire. Si és possible, convé de treballar el tema conjuntament amb el seminari de dibuix. La divisió d'un segment en parts iguals dóna peu a repassar les figures semblants i el teorema de Thales. Aquest tema no figura directament en els problemes del fascicle pero convé aprofitar per explicar-lo; s'inclou en el guió del tema.

Les fraccions negatives, que, com els enters negatius, representen una dificultat bastant gran per als alumnes, està poc tractada i convé insistir-hi més.

L'estudi de la divisió de fraccions és un xic més complicat i no gaire afortunat. Convindrà, doncs, que ho aclareixi el professor.

Advertències metodològiques: Tractant-se del 1r. tema del projecte, convé advertir algunes qüestions:

1) És freqüent, al principi, ates que els alumnes no estan habituats al mètode, que manifestin objeccions. Es resisteixen a resoldre els problemes sense que abans hi hagi hagut una explicació del professor.

Estan habituats que primer expliqui el professor i després s'apliqui l'explicació als exercicis. No estan acostumats a resoldre (ni a comprendre'n la lectura) veritables problemes.

De mica en mica, a mesura que es van habituant i van comprenent el mètode, si es porta a terme de forma conseqüent, van apreciànt-lo i van desapareixent les objeccions. El professor ha de ser conscient que està introduint un mètode diferent i que això, al principi, comporta dificultats d'assimilació de nous hàbits.

2) Al final de l'estudi del tema, un grup d'alumnes, probablement pocs, sabrien reconstruir el fil conductor de l'apartat A, però constatem que la comprensió d'allò que és una fracció i el significat que tenen les operacions amb elles ha millorat molt. Constatem també que tenen més facilitat de càlcul intel·ligent, amb l'ús de denominadors petits, simplificació, etc.

B. DECIMALS

El tractament que es fa dels decimals té els següents objectius:

- Veure'n l'estreta relació amb les fraccions.
- Assenyalar els inconvenients i els avantatges respecte a les fraccions (Inconvenients principals: necessitat d'arrodonir i fer errors, inadequats per càlculs algebraics o exactes. Avantatges: un sol decimal per infinits representants fraccionaris, familiaritat per a fer-se una idea del valor).
- Introduir el nombre racional. Identifiquem nombre racional amb decimal periòdic (en sentit ample, incloent els decimals limitats considerats com de període zero).
- Introduir el nombre real, considerant l'existència de decimals no periòdics il·limitats: a partir del seu origen històric i les arrels (mesura de la diagonal del quadrat). El conjunt R del nombres reals està considerat com el conjunt de tots els decimals il·limitats.

- Portar naturalment al reconeixement i estudi dels errors d'arrodoniment, cosa que ens permetrà d'estudiar els errors en general.

- Donar una idea clara dels diferents conjunts de nombres (N, Z, Q, R).

La introducció dels nombres $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, etc. relacionats amb el seu descobriment històric pels grecs, dóna peu a repassar els teoremes dels triangles rectangles. Aquesta qüestió no està tractada en el llibre, com passava amb el teorema de Thales, però és de gran interès aprofitar aquí per repassar-la sobre tot tenint en compte l'abandó actual de la geometria en els programes i la gran importància que té aquesta matèria: el seu paper és insubstituïble pel que fa al desenvolupament de les aptituds matemàtiques dels nois, ja que es presta, com cap altre matèria, a desenvolupar l'intuïció matemàtica partint d'imatges gràfiques i clares.

La introducció de les arrels porta a estudiar les propietats d'aquests nombres, i així s'estudien les operacions amb els radicals. No està tractada la multiplicació d'arrels de diferent índex, que s'estudia més endavant al llibre 5- sobre la funció exponencial, en el moment que fa falta per a provar que els exponents fraccionaris definits com a arrels continuen complint les propietats dels exponents enters.

C. ERRORS

El planteig fet per a estudiar els nombres condueix de manera natural a parlar d'errors. Es tracta d'una qüestió molt important sobre la qual els alumnes no han reflexionat. Tenen la idea que les matemàtiques són exactes i no es preocupen quan en un problema es veuen obligats a arrodonir.

No aprofundim en l'estudi del tractament dels errors, però sí pretenem que es facin idea de la precisió d'una dada (ja siguin per arrodoniment o per mesura) i que madurin la idea d'error absolut i relatiu.

La propagació d'errors es veu únicament de manera experimental en algun problema (C.21).

En aquest capítol pot ser interessant que els alumnes vagin al laboratori de física i realitzin una pràctica senzilla.

Si és possible, aquesta col.laboració amb el seminari de física pot resultar molt útil.

Les pràctiques que es proposen tenen dos objectius simultanis: 1r., que apreciïn directament l'existència d'errors de mesura i comencin a adonar-se de la importància de la precisió en les mesures, 2n., que se'ls proporcionin un exemple real de funció (en els casos proposats de funció afí o quadràtica) per a preparar el tema següent, el llibre 2 sobre les funcions.

D. ORDRES DE MAGNITUD

Per a facilitar l'escriptura de nombres molt grans o molt petits s'introdueix la notació científica dels nombres i es donen alguns nombres importants en l'estructura de l'Univers.

E. PROBLEMES DE CONSOLIDACIÓ

Es recullen aquí problemes sobre els apartats A i B que insisteixen en alguns aspectes poc treballats als apartats corresponents:

- les fraccions com a proporcions
- tant per cent
- barreges
- problemes d'enunciat per traduir a càlculs senzills
- treure factor comú
- irracionalitat de $\sqrt{2}$
- càlcul amb fraccions


Sobre els apartats C i D hi ha problemes de consolidació al mateix apartat.

IV. EXEMPLE DE PROGRAMACIÓ I METODOLOGIA

Hem dit que era imprescindible, per al bon funcionament del mètode, fer una programació diària de cada tema (veure apartat d'observacions metodològiques). Cal fer-la a cada centre en funció de les possibilitats, necessitats, etc. A títol d'exemple donem una programació d'aquest tema que s'ha fet en un Institut durant un curs. Per als altres temes no en donarem cap de feta, ja que està clar que no es poden fer programacions universals.

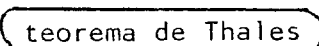
a) Programació diària del tema "La mesura i els nombres" feta per a l'I.N.B. "x" durant el curs 1979-80

Abreviacions utilitzades:

 = matèria explicada en part per el professor

———— = feina que pot quedar per fer a casa

C, = correcció dels problemes anteriors

| Dia | |
|-----|---|
| 1 | A. FRACCIONS Donar guió dels temes que es treballaran i que els alumnes hauran d'anar preparant (veure dia 4); A1, A2,  teorema de Thales, <u>A3</u> , <u>A4</u> |
| 2 | C, A6 , A7 , A8, A9 , A10 , A11, A12 |
| 3 | C, A13 , A14 , <u>preparar posta en comú</u> |
| 4 | C, Posta en comú. Guió: - Que vol dir mesurar una longitud - Unitats de longitud - Divisió de la unitat en parts més petites - Significat d'una fracció - Equivalència de fraccions - Fraccions negatives - Simplificació i amplificació de fraccions - Teorema de Thales |

Dia

| | |
|----|--|
| 5 | C, Donar guió dels proxims temes (veure dia 1o); A17, A18, A20, A21, <u>A22, A23</u> |
| 6 | C, A24, A25, A26, A27, A28 |
| 7 | C, A29, A30, A31, A32, A33, A34, A35, <u>llegir A36</u> |
| 8 | C, (<u>Projecció de transparencies sobre A36</u>), A36, A37, A38, <u>A39, A40</u> |
| 9 | C, (<u>Explicar la divisió de fraccions i fer divisions</u>) A47, <u>preparar posta en comú</u> |
| 10 | C, Posta en comú. Guió: - Suma de fraccions - Nombres mixtes. Reducció de nombre mixte a fracció i viceversa - Comparació de fraccions - Resta de fraccions - Que vol dir mesurar una superfície. Unitats de superfície - Producte de fraccions - Propietat distributiva del producte envers la suma - Representació de fraccions sobre la recta |
| 11 | E1, E2, E3, E4, E5, E13 a E15, E16 etc. |
| 12 | Recuperació del temps |
| 13 | Prova |
| 14 | B. DECIMALS Donar guió dels propers temes (veure dia 25); B1, B3, B5, B6, <u>Lectura</u> |
| 15 | C, resum lectura, B7, B8, B10, B11 |
| 16 | C, (<u>Fracció generatriu</u>), B12, lectura, B13, B14, <u>lectura</u> |
| 17 | C, (<u>El nombre racional</u>), B16, B17, <u>lectura</u> |
| 18 | C, Resum lectura, B18, B19, B20, (<u>Teoremes triangles rectangles</u>) |
| 19 | C, B21, B22, B23, <u>Lectura</u> |
| 20 | C, Resum lectura, B25, (<u>B26</u>), B28, B30, B33 |
| 21 | C, B35, B36, B37, <u>B38</u> |
| 22 | C, (<u>B38</u>), B39, B40, B41, <u>B42</u> |

Dia

| | |
|----|--|
| 23 | C, B43, B44, B45, B46, B34 |
| 24 | C, B47, B48, <u>Preparar posta en comú</u> |
| 25 | C, Posta en comú. Guió: <ul style="list-style-type: none"> - Expressió decimal d'una fracció - Tipus de decimals que corresponen a fraccions - Fracció generatriu corresponent als decimals limitats i periòdics - El nombre racional - Aproximacions decimals - Longituts no racionals. Els nombres reals - Classificació dels nombres - Teoremes dels triangles rectangles - Operacions amb radicals |
| 26 | Problemes de consolidació de l'apartat E |
| 27 | Problemes de consolidació de l'apartat E |
| 28 | Prova |
| 29 | Recuperació de temps i correcció de la prova |
| 30 | C. ERRORS Donar guió dels temes següents (veure dia 36); <u>Explicar la introducció</u> C1, C2, C3, <u>lectura</u> |
| 31 | C, Resum lectura, C4, C5, C7, C8 |
| 32 | C, <u>Precisió d'una mesura</u> , <u>C9</u> , C10, C11, C12 |
| 33 | C, C13, C15, C17, C18, C21 |
| 34 | C, Lectura, D1, D2, D3, D4 |
| 35 | C, D6, <u>Preparar posta en comú</u> |
| 36 | C, Posta en comú. Guió: <ul style="list-style-type: none"> - Errors de mesura i errors d'arrodoniment - Aproximació i cotes d'error - Error absolut i relatiu - Notació científica dels nombres molt grans i molt petits - Multiplicació i divisió de nombres en notació científica |

| Dia | |
|-----|--|
| 37 | Problemes de consolidació de l'apartat E |
| 38 | Prova general |
| 39 | Recuperació de temps i correcció de la prova |

La programació, que és indicativa, dura (amb proves incloses) 39 dies de classe, que si s'agrupen per setmanes de 5 dies ocupen 7 setmanes i mitja. És convenient no fer la prova l'endema d'haver acabat el tema, sinó començar-ne un de nou i fer la prova al cap d'algun dia. A la programació no està indicada més que l'ocupació d'un dia per a la prova, pero es preferible retardar la seva realització.

b) Metodologia

El professor proposa una serie de problemes per cada dia, que els alumnes treballaran a classe durant, al menys, la meitat del temps. Convé que indiqui per quins cal començar a fi que els alumnes treballin a classe els problemes més importants i que presentin més dificultats. Així, si hi sorgeixen dificultats que un grup d'alumnes no pot solucionar, el professor, passant per les taules pot suggerir pistes, posar preguntes orientadores i anar comprovant el treball. Cada alumne ha d'acabar a casa la feina proposada per aquell dia que no hagi tingut temps de fer a classe. És molt important exigir-ho per al bon funcionament del mètode, porque si un alumne no ha fet el problema i es limita a copiar la solució, no li servirà de res la correcció.

Els problemes proposats per un dia i acabats a casa, es corregeixen l'endema en començar la classe. Així s'aprofita per aclarir alguns dubtes i unificar notacions, etc. Cal no allargar-se massa en aquesta part més monòtona. Si convé, no es corregeixen a la pissarra tots els problemes, sinó únicament els més importants.

El professor donarà els guions en començar els apartats corresponents, per que els alumnes vagin redactant-los a casa. Els dies indicats a la programació per a postes en comú, es corregiran a classe les primeres redaccions que els alumnes hauran fet, i s'escriurà a la pissarra una versió correcta a fi que els alumnes en puguin disposar.