

0. SOBRE LES GUIES DELS LLIBRES.

La guia de cada llibre consta de tres apartats:

- Índex
- Esquema
- Comentaris

Als comentaris hi ha un primer punt d'observacions generals que cal tenir en compte en programar el tema.

Al tema 1, a més dels apartats assenyalats, hi figura, a títol d'exemple, la programació diària que es va fer durant un curs en un Institut.

Per tal de facilitar la programació interdisciplinar, al final de cada esquema s'inclouen els temes relacionats d'altres matèries que figuren en el text.

GUIA DEL LLIBRE 4. PROGRESSIONS

I. ÍNDEX

A. PROGRESSIONS ARITMÈTIQUES

- Successió. Terme general d'una successió
- Progressions aritmètiques
- Diferència d'una progressió aritmètica
- Terme general d'una progressió aritmètica

B. PROGRESSIONS GEOMÈTRIQUES

- Raó d'una progressió geomètrica
- Terme general d'una progressió geomètrica

C. SUMA DELS TERMES CONSECUTIUS D'UNA PROGRESSIÓ ARITMÈTICA

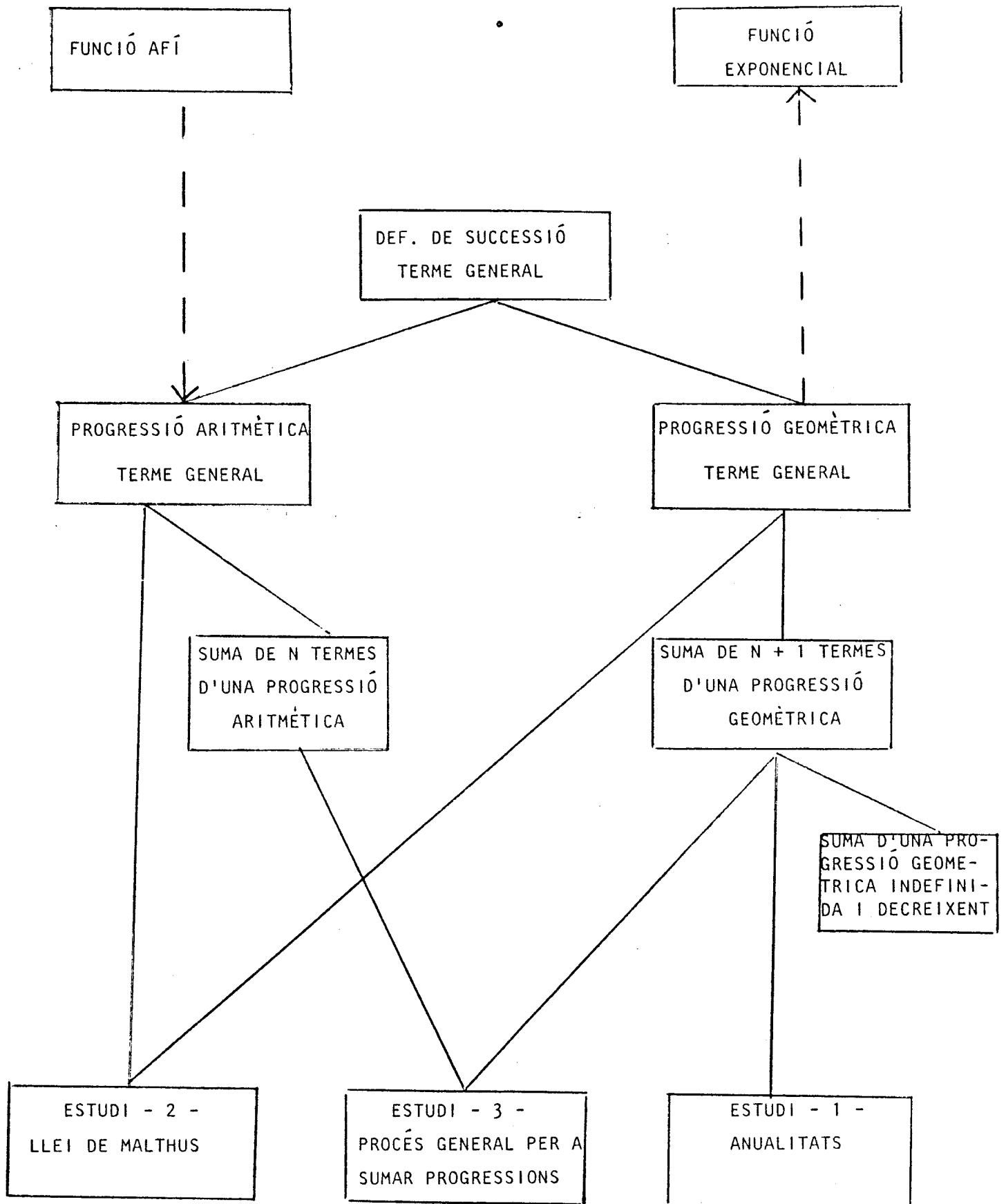
D. SUMA DELS TERMES CONSECUTIUS D'UNA PROGRESSIÓ GEOMÈTRICA

E. SUMA DELS TERMES D'UNA PROGRESSIÓ GEOMÈTRICA INDEFINIDA I DECREIXENT

F. PROBLEMES DE CONSOLIDACIÓ

G. ESTUDIS

- Anualitats
- Llei de Malthus
- Un altre procediment per a sumar progressions



Temes relacionats d'altres matèries: Interès simple, interès compost, radioactivitat, creixement biològic.

III. COMENTARIS

OBSERVACIONS GENERALS

Aquest esquema pensem que es pot estudiar en començar el 2n curs de B.U.P. per dues raons: 1) és un tema curt, no massa difícil perquè els alumnes el treballin sols i guanyin confiança en les seves possibilitats de "fer matemàtiques" i 2) l'apartat de progressions geomètriques serveix d'introducció a la funció exponencial (llibre 5) on s'amplia el domini de N a R i està pensat estudiar-ho a continuació.

El tema es pot treballar independentment dels altres però està pensat per a resoldre molts tipus d'equacions, sistemes i operacions amb fraccions i radicals que serveixen per a repassar el que varen fer a 1r de B.U.P.

També es presenten uns entreteniments i paradoxes que, junt amb qüestions d'ús freqüent a la vida diària, serveixen d'estímul a la imaginació de l'alumne.

A més dels exercicis de manipulació que es troben al fascicle cal que en facin d'altres perquè els alumnes assimilin i dominin els conceptes bàsics de successió, terme general d'una successió, diferència, raó, suma dels termes d'una progressió, etc.

En aquest fascicle es tracten gran varietat de problemes d'utilitat pràctica com són anualitats, préstecs, hipoteques, etc...

A. i B. PROGRESSIONS ARITMÈTIQUES I GEOMÈTRIQUES

Interessa dins aquest tema que els alumnes, després d'haver resolt els exercicis proposats, entenguin el concepte de successió d'elements d'un conjunt E com una aplicació de $N \rightarrow E$ i en particular el concepte de successió d'elements de R , i vegin la necessitat de buscar una expressió que permeti de trobar la imatge d'un element qualsevol de N .

Pensem que és necessari fer la representació gràfica de les successions com una funció degut a la tendència que tenen els alumnes a unir els punts de la gràfica sense pensar el sentit que té aquesta línia d'unió i així remarcar bé el domini de les successions. A l'estudi de les progressions aritmètiques i geomètriques hem introduït el terme inicial a_0 degut a que en la majoria dels problemes físics que els alumnes poden resoldre mitjançant aquest tipus de successions té sentit parlar de la imatge del zero i també degut al significat geomètric d' a_0 com a ordenada a l'origen a la representació gràfica.

Això comporta dificultats en el moment de resoldre els típics problemes de manipulació de les progressions degut al fet que el terme enèsim de les progressions és a_{n-1} i també al moment de calcular la suma dels n primers termes d'una progressió. Per tant cal insistir en aquesta qüestió per a paliar possibles errors.

De tota manera, hem avaluat aquestes dificultats i pensem canviar-ho en una nova edició, plantejant l'estudi de les progressions començant pel terme i introduint el terme a_1 posteriorment, a fi de donar-li una interpretació geomètrica i física escaient.

En estudiar les progressions aritmètiques insistim en la representació gràfica per tal que, junt amb la seva expressió matemàtica, s'adonin que són un cas particular de la funció afí i relacionin el terme a_0 amb l'ordenada a l'origen i la diferència amb el pendent de la recta que uniria els punts de la gràfica de la progressió fent la interpretació gràfica de les progres

sions aritmètiques creixents i decreixents.

L'estudi de les progressions geomètriques es comença llegint la llegenda d'en Sissa i el Rei Shirham on es parla del joc dels escacs. És un problema molt interessant per tal que els alumnes s'adonin de la rapidesa d'augment dels termes d'una progressió geomètrica de $r > 1$, comparant-la amb el creixement d'una progressió aritmètica de $d > 1$.

Després d'estudiar l'interès compost cal que representin amb uns mateixos eixos els problemes de l'interès simple i del compost per comprovar gràficament quin cas és més profitós a mesura que passa el temps.

Quan facin les representacions gràfiques de les progressions geomètriques cal que constatin que els punts no es troben sobre una recta.

Quan s'estudien les progressions geomètriques tals que $0 < r < 1$ es pot parlar de límit d'una successió d'una manera intuïtiva i gràfica i veure com els termes de la successió s'aproximen a zero tant com volguem.

El cas $r < 0$, que dóna lloc a successions alternades és convenient fer-lo gràficament, car és la primera vegada que s'estudien aquest tipus de successions.

C, D i E. SUMA DELS TERMES D'UNA PROGRESSIÓ ARITMÈTICA, D'UNA PROGRESSIÓ GEOMÈTRICA I DELS TERMES D'UNA PROGRESSIÓ INDEFINIDA I DECREIXENT

La suma dels n termes consecutius d'una progressió aritmètica es treballa d'antuvi mitjançant un procés gràfic que resulta més intuïtiu per a demostrar que la suma dels termes equidistants dels extrems és constant i igual a $a_1 + a_n$, i a partir d'aquí demostrar-ho analíticament, cosa que poden fer els alumnes sense dificultats.

Per a la demostració de la fórmula de la suma dels $n+1$ termes consecutius d'una progressió geomètrica tal que $|r| < 1$, malgrat que està guiada en el fascicle, hem constatat que és necessària la participació del professor per tal que els alumnes entenguin cada un dels passos que es realitzen.

F. PROBLEMES DE CONSOLIDACIÓ

En aquest apartat hi ha problemes sobre diverses qüestions matemàtiques com interpolació, sumes, propietats de les progressions, etc... algunes de les quals estan relacionades amb economia, biologia i d'altres matèries on es treballen indistintament ambdós tipus de progressions.

G. ESTUDIS

Al final del tema hi ha tres estudis, dos dels quals pensem que són molt interessants per a treballar en grup i ésser explicats després pels alumnes a la resta de la classe; aquests dos estudis són la llei de Malthus i les anualitats.

En el cas de l'estudi sobre la llei de Malthus es pot resoldre conjuntament amb el professor de Geografia i ampliar-lo buscant les dades sobre la pobla*ci*ó i recursos de Catalunya, d'altres països o de tot el món.

El tercer estudi és un mètode per a sumar progressions que té l'avantatge de servir igualment per a progressions aritmètiques com geomètriques i que, a més, permet de calcular la suma de quadrats, sumes de cubs, etc.