

## 0. SOBRE LES GUIES DELS LLIBRES.

La guia de cada llibre consta de tres apartats:

- Índex
- Esquema
- Comentaris

Als comentaris hi ha un primer punt d'observacions generals que cal tenir en compte en programar el tema.

Al tema 1, a més dels apartats assenyalats, hi figura, a títol d'exemple, la programació diària que es va fer durant un curs en un Institut.

Per tal de facilitar la programació interdisciplinar, al final de cada esquema s'inclouen els temes relacionats d'altres matèries que figuren en el text.

GUIA DEL LLIBRE 7: LES FUNCIONS CIRCULARSI. ÍNDEX

## A. FUNCIONS PERIÒDIQUES

## B. SINUS, COSINUS I TANGENT D'UN ANGLE AGUT.

I. Introducció

II. Sinus, cosinus i tangent d'un angle agut. Resolució de triangles rectangles

III. L'angle com a gir. Mesura d'angles

## C. ESTUDI DE LES FUNCIONS COSINUS I SINUS

I. Cosinus d'un angle qualsevol. Estudi de la funció cosinus

II. Sinus d'un angle qualsevol. Estudi de la funció sinus

## D. ESTUDI DE LES FUNCIONS TANGENT I COTANGENT

I. Tangent d'un angle qualsevol. Estudi de la funció tangent

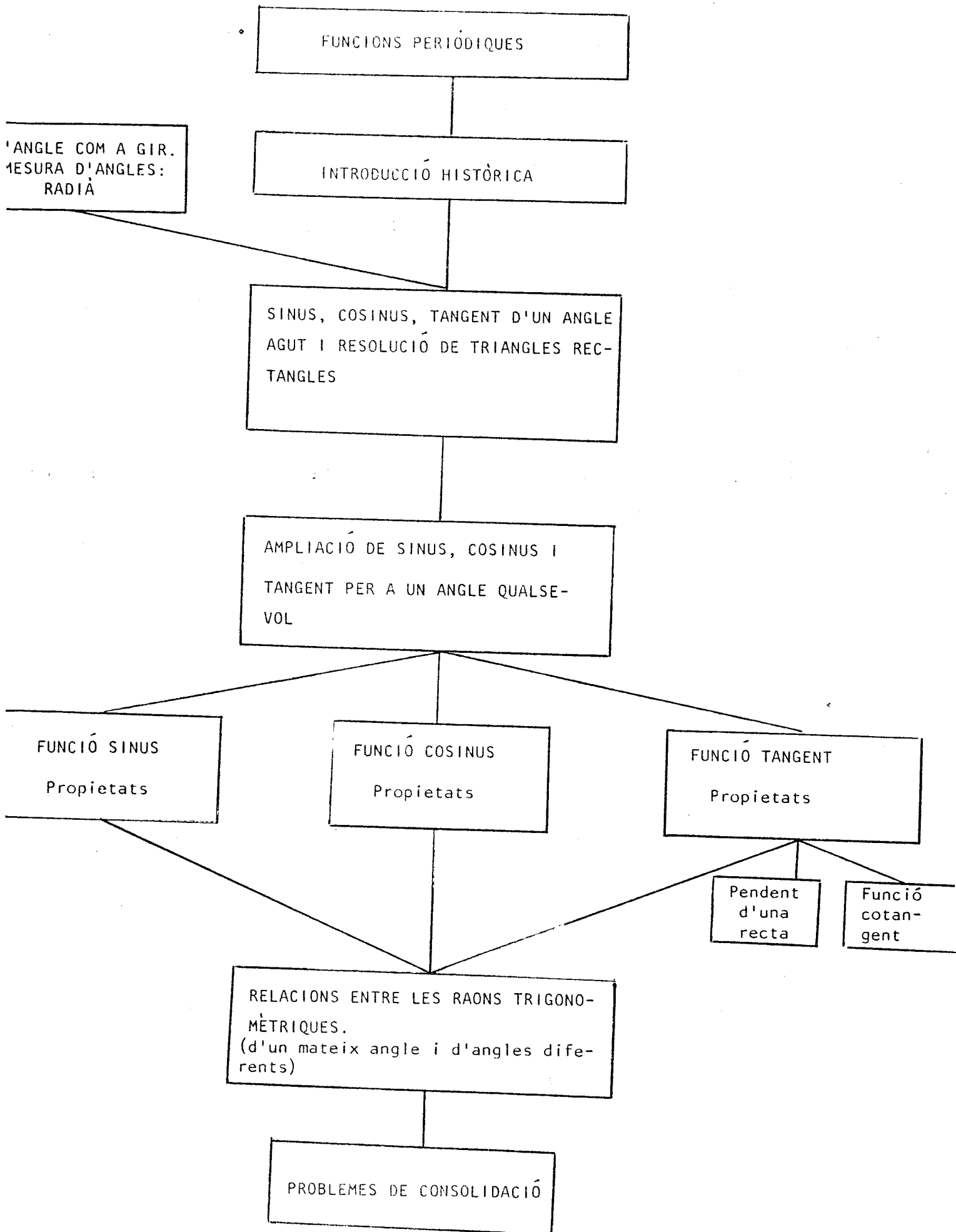
II. Pendent d'una recta

III. Estudi de la funció cotangent

## E. RELACIONS ENTRE LES RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'UN MATEIX ANGLE

## F. RELACIONS ENTRE LES RAONS TRIGONOMÈTRIQUES DE DETERMINATS ANGLES

## G. PROBLEMES DE CONSOLIDACIÓ



Temes relacionats amb d'altres matèries: mareas, moviments harmònics, velocitat angular, càlcul d'altures inaccessibles i posicions d'avions i vaixells.

### III. COMENTARIS

#### OBSERVACIONS GENERALS

Per començar aquest tema es necessiten coneixements generals sobre funcions i resolució d'equacions i sistemes. Com què és independent dels altres temes tractats a 2n. de B.U.P. pot treballar-se en qualsevol moment del curs.

Els objectius principals són: resoldre triangles rectangles i conèixer les funcions sinus, cosinus i tangent per tal d'entendre els fenòmens periòdics.

S'insisteix en el treball de tipus gràfic: construcció i dibuix a escala de triangles que es perfilen en una situació concreta.

Les introduccions de tipus històric es poden ampliar segons els interessos dels alumnes, però creiem que és important, al menys, de situar els orígens de conceptes com el d'angle, la seva mesura, els triangles (com a eina per mesurar superfícies o per calcular distàncies inacessibles).

#### A. FUNCIONS PERIÒDIQUES

Es comença el tema amb uns problemes sobre fenòmens periòdics (marees, pèndol, ressort,...) que portaran més endavant al model matemàtic de la funció sinus i de la funció cosinus.

#### B. SINUS, COSINUS I TANGENT D'UN ANGLE AGUT

Després d'una introducció sobre la necessitat que els antics egipcis tenien de resoldre triangles i d'unes explicacions sobre l'origen de la mesura de l'angle en graus sexagesimals deguda a l'interès astrològic dels antics babilonis, es resolen uns triangles rectangles (càlcul de la distància d'un avió a la torre de l'aeriport, càlcul de la llargada d'una rampa per tras-

lladar carretons en un supermercat, problema sobre l'amplada dels carrers i l'alçada dels edificis per aconseguir que hi toqui el sol). La resolució es fa primer gràficament sobre un dibuix que fan els alumnes a escala, i després analíticament observant la conservació dels diferents quocients per a un angle fix.

Es determinen les raons trigonomètriques de l'angle, mesurant longituds sobre un dibuix de l'esmentat angle. (En aquesta primera aproximació no es fan servir taules per tal que els alumnes en fer el procés de mesurar i dividir entenguin bé que les raons trigonomètriques són característiques de l'angle). Es defineixen el sinus, cosinus i tangent per a un angle agut, s'estableixen les relacions entre ells i es resolen alguns triangles rectangles com aplicació.

A continuació, es treballa sobre la idea de l'angle com a gir (moviment d'un artifici giratori de tir al blanc, d'una s'nia, d'un volant i d'un dispositiu de combinació d'una caixa de cabals).

S'introdueix el radià com a unitat de mesura de l'angle i es fan alguns exercicis de càlcul, remarcant la linealitat de la funció que passa de la mesura expressada en graus sexagesimals a la mesura expressada en radians.

### C. ESTUDI DE LES FUNCIONS COSINUS I SINUS

L'existència pràctica d'angles de mesura superior a  $90^\circ$  (vista en els problemes sobre girs), fa ampliar les definicions i conceptes anteriors per a angles aguts, a angles qualssevol.

Per visualitzar millor la idea de cosinus (sinus) d'un angle qualsevol es fa construir als alumnes, una vareta amb extrem fix que gira sobre un cercle graduat de radi 1dm., dibuixat sobre paper mil·limetrat, permetent de mesurar les longituds de les projeccions de l'esmentada vareta sobre l'eix  $Ox$  (l'eix  $Oy$ ). Observant com seria el cosinus de l'angle que determina la vareta si el radi no fos de 1dm., s'arriba a la definició de cosinus d'un angle qualsevol i a la funció cosinus, estudiant les seves propietats. Convé que la gràfica es faci amb cura (fent notar que essent una funció  $\mathcal{R} \rightarrow \mathcal{R}$

és millor posar les unitats de l'eix  $OX$  en radians i si es pren la mateixa unitat per ambós eixos,  $2\pi$  radians seran aproximadament 6,28 unitats).

Per a l'estudi del sinus d'un angle qualsevol i de la funció sinus es segueix un procés anàleg al ja realitzat per al cosinus.

#### D. ESTUDI DE LES FUNCIONS TANGENT I COTANGENT

Per a la tangent el camí es també semblant als anteriors, però cal tenir en compte que el domini de la funció tangent no és tot  $\mathcal{R}$ . Es fa observar als alumnes que el pendent d'una recta és precisament la tangent de l'angle que forma l'esmentada recta amb l'eix d'abscisses (convé relacionar-ho amb el que es va veure en estudiar la recta al llibre 2).

#### E. RELACIONS ENTRE LES RAONS TRIGONOMÈTRIQUES D'UN MATEIX ANGLE

Després d'un breu estudi de la funció cotangent, s'amplien a un angle qualsevol les relacions entre  $\sin a$ ,  $\cos a$  i  $\operatorname{tg} a$ , vistes per a un angle agut.

#### F. RELACIONS ENTRE LES RAONS TRIGONOMÈTRIQUES DE DETERMINATS ANGLES

Degut a la necessitat de buscar a les taules trigonomètriques les raons dels angles que ens interessin per a resoldre situacions concretes (els procediments gràfics de l'apartat C no són massa pràctics) es planteja el problema de les relacions entre les raons trigonomètriques d'angles diferents.

Aquestes relacions s'obtenen per simetries respecte un eix ( $Ox, Oy$ ) o respecte un centre (origen de coordenades).

#### G. PROBLEMES DE CONSOLIDACIÓ

En aquest apartat, a més a més de problemes diversos sobre funcions circulars i sobre resolució de triangles rectangles (càlcul de distàncies inacce-

sibles), es troben les qüestions següents (que poden tractar-se o no segons el nivell dels alumnes i el temps del qual es disposi):

- construcció gràfica de triangles: veient la impossibilitat o la possibilitat, bé única, bé múltiple, de l'esmentada construcció segons les mesures donades.
- les funcions inverses de les funcions circulars: arc sinus, arc cosinus i arc tangent.
- les funcions secant i cosecant.
- resolució d'equacions trigonomètriques.
- coordenades polars.
- estudi de les funcions de model:

$$y = k \sin x ; \quad y = k \cos x \quad \text{on } k \in \mathbb{R}.$$